Comprehensive Journal of Science
Volume (9), Issue (36), (Sept 2025)
ISSN: 3014-6266

مجلة العلوم الشاملة
المجلد(9) العدد (36) (سبتمبر 2025)
ردمد: 3014-6266

الدالة الاسية وتطبيقاتها في تحليل الدوائر الكهربائية دراسة نظرية وتطبيقية

خديجة ابوبكر خشيبة
المعهد العالي للتقنيات الهندسية/ طرابلس
Kshe ba01@gmail.com

مجدي محمد بالتمر
المعهد العالي للتقنيات الهندسية/ طرابلس
magdimb 75@gmil.com

تاريخ الاستلام:2025/08/12 –تاريخ المراجعة: 2025/9/11– تاريخ القبول: 2025/09/16– تاريخ للنشر : 2025 /09/23

الملخص:

تعد الدالة الاسية من أهم الادوات الرياضية المستخدمة في تحليل الانظمة الكهربائية الخطية ، خاصة في توصيف الاستجابة الزمنية للدوائر من نوع RL ، RC، RLC . يهدف هذا البحث الي استعراض الاساس النظري للدالة الاسية وبيان كيفية استخدامها في حل المعادلات التفاضلية الناتجة عن تطبيق قوانيين كيرشوف ، بالإضافة الي استخدام أدوات المحاكاة مثل Mathcad ورسم منحنيات الاستجابة.

الكلمات المفتاحية: الدالة الاسية ، الدوائر الكهربائية ، Mathcad، أنظمة خطية ، الاستجابة الزمنية.

المقدمة:

الدوال الاسية تلعب دورا محوريا في تحليل الانظمة الكهربائية الخطية نتيجة لحل المعادلات التفاظلية التي تصف سلوك الجهد والتيار وتستخدم هذه الدوال في توصيف الاستجابة الزمنية للأنظمة . وتعد اساسية في تصميم المرشحات وأنظمة التحكم .

الإطار النظري:

1. تعريف الدالة الاسية :

الدالة الأسية تكتب رياضياًعلي الشكل : $f(t) = Ae^{-at}$

حيث A هو السعة الابتدائية و a هو معدل التخميد .و t: المتغير المستقل (الزمن)

2. المعادلات التفاضلية في الدوائر الكهربائية:

نوع الدائرة	المعادلة التفاضلية
RC	$\frac{dV}{dt} + \frac{1}{Rc}V_c = \frac{V_{t\pi}}{Rc}$
RL	$L\frac{dI}{dt} + RI = V$
RLC	$L\frac{d^2I}{dt^2} + R\frac{dI}{dt} + \frac{1}{c}I = 0$

3. تحويل لابلاس :

تحويل الدوال الاسية الي المجال الترددي لتسهيل التحليل .

العلاقة بين الدالة الزمنية وتحويلها :

$$l\{e^{-at}\} = \frac{1}{s+a}$$

4. حل المعادلات التفاضلية :

تطبيق الدوال الاسية في حل المعادلات الناتجة عن دوائر **RL** ، **RC** ، **RLC** .

التطبيقات العملية :

1. تحليل الاستجابة الزمنية :

دوائر RC : شحن وتفريغ المكثف .

دوائر **RL** : تغير التيار عبر الملف .

دوائر **RLC** : الرنيين والتجمد .

2. تصميم المرشحات :

مرشح تمرير منخفض باستخدام دائرة **RC** :

$$V_{out}(t) = V_{in}(1 - e^{-\frac{t}{Rc}})$$

تحديد التردد القاطع :

$$f_{c=\frac{1}{2\pi RC}}$$

مثال تطبيقي : دائرة RC

القيم المستخدمة :

المقاومة $R = 1k\Omega$

المكثف $C = 1\mu F$

المطبق الجهد $v = 5v$

المعادلة المستخدمة:

$V_c(t) = v.(1 - e^{-t/Rc})$

التحليل:

عند $t = 0$: $V_c(0) = 0$ فولت (المكثف غير مشحون)

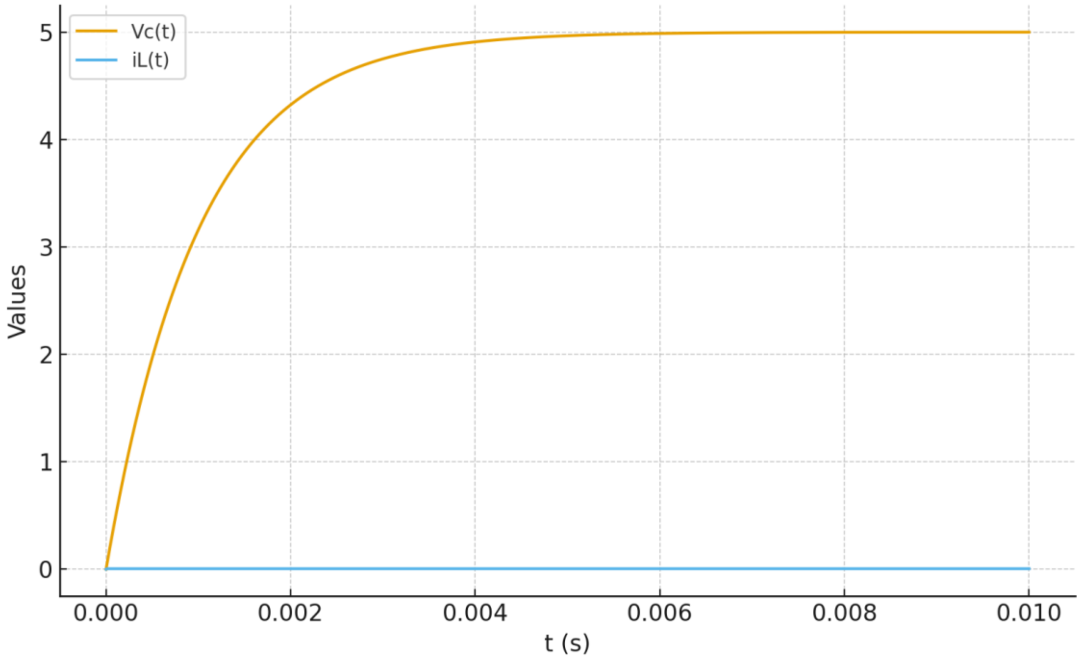
عند $t = Rc = 0.001$ ثانية

$V_c(Rc) = 5.(1 - e^{-1}) \approx 3.16V$

عند $t = 5\text{Rc}$ يصل الجهد الي حوالي 99 % من القيمة النهائية .

مقارنة بين دائرتي RC ، RL :

الخاصية	دائرة**RC**	دائرةRL
العنصر الرئيسي	مكثف$(Capacitor)$	ملف$(lnductor)$
الاستجابة الزمنية	جهد المكثف$V_c(t)$	تيار الملفL(t)
المعادلة	$V_c(t) = v.(1 - e^{-t/Rc})$	$l(t) = \frac{v}{R}(1 - e^{-tR/l})$
الزمن النموذجي	Rc	$l/_R$
الشكل البياني	منحني تصاعدي للجهد	منجني تصاعدي لتيار



التحليل والمناقشة:

عرض رسم بياني لدائرة RL يوضح كيف يزداد التيار تدريجيا حتي يصل الي 5 مللي امبير .، المحور الافقي الزمن من 0 الي 0.01 ثانية ، والمحور العمودي الجهد عبر مكثف $V_c(t)$ ، هذا النموذج يستخدم في تصميم مرشحات تمرير منخفض ، ويظهر كيف تؤثر قيمة R و C خلي سرعة الاستجابة ويستخدم في دوائر إزالة الضوضاء أو تأخير الإشارات .

من خلال النتائج العملية والمحاكاة، يمكن استنتاج ما يلي:

1. مطابقة النظرية للتطبيق: تظهر النتائج تطابقاً كبيراً بين القيم النظرية والعملية.

2. فعالية التصميم: تصميم المرشح والمؤقت باستخدام الدوال الأسية أثبت كفاءة عالية.

3.المرونة التصميمية: يمكن تعديل معاملات الدوال الأسية بسهولة لتحقيق استجابات زمنية مختلفة.

4. التطبيقات المتعددة: تنوع التطبيقات يظهر مرونة الدوال الأسية في حل مشاكل هندسية متنوعة .

الخاتمة والتوصيات :

الخاتمة:

’تظهر هذه الدراسة أن الدالة الأسية ’تعد من الركائز الأساسية في تحليل وتصميم الدوائر الكهربائية ، خاصة في الأنظمة الخطية ذات الزمن المستمر ، من خلال استخدامها في حل المعادلات التفاضلية ، يمكن

توصيف الاستجابة الزمنية بدقة ، مما ’يمكن المهندسين في فهم سلوك الدوائر وتوقع أدائها تحت ظروف مختلفة .

كما أن أستخدام أدوات المحاكاة مثل $Mathcad$ ’يعزز من قدرة الباحث علي تحقيق من النتائج النظرية بطريقة فاعلية ، ويوفر بيئة مثالية لتمثيل المعادلات ، تحليل البيانات ورسم المنحنيات الزمنية ، وقد تم عرض أمثلة تطبيقية لدوال أسية في دوائر **RL** ، **RC** ، **RLC** . مع رسوم بيانية توضح الاستجابة الزمنية ، مما تبرز أهمية هذه الدوال في التطبيقات العملية .

التوصيات :

1. إجراء مزيد من الدراسات على تطبيقات الدوال الأسية في الأنظمة الرقمية .
2. الاستفادة من خصائص الدوال الأسية في تحسين كفاءة أنظمة الطاقة .
3. توظيف هذه الدوال في تطوير أنظمة اتصالات أسرع وأكثر كفاءة.
4. إدراج $Mathcad$ في المناهج الهندسية لتحليل الدوائر الزمنية .

المراجع :

1. Alexander, C. K., & Sadiku, M. N. O. (2016). Fundamentals of Electric Circuits. McGraw-Hill.
2. Horowitz, P., & Hill, W. (2015). The Art of Electronics. Cambridge University Press.
3. Sedra, A. S., & Smith, K. C. (2014). Microelectronic Circuits. Oxford University Press.
4. Oppenheim, A. V., & Schafer, R. W. (2009). Discrete-Time Signal Processing. Prentice Hall.